

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
И.о. заведующего кафедрой
математического анализа
Шабров С.А.



01.07.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.06 Математический анализ

Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом

- 1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**
01.03.04. Прикладная математика
- 2. Профиль подготовки/специализации:**
Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** Бакалавр
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**
Кафедра математического анализа
- 6. Составители программы:**
Зубова Светлана Петровна, доктор физ.-мат. наук, доцент
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета,
протокол № 0500-07 от 29.06.2021
- 8. Учебный год:** 2021/2022
2022/2023 **Семестры:** 1, 2, 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

- подготовка студента к восприятию математического аппарата специальных дисциплин, чтению специальной литературы;
- получение базовых знаний и формирование необходимого уровня математической подготовки для понимания других математических дисциплин, изучаемых в рамках бакалавриата и магистратуры.
- формирование основных навыков по математическому анализу, необходимых для решения задач, возникающих в исследовательской и практической деятельности;
- развитие логического мышления;

Задачи дисциплины:

- демонстрация на примерах математических понятий и методов сущности научного подхода, специфики математики, ее роли в развитии других наук;
- овладение студентами понятиями математического анализа;
- выработка умений анализировать полученные результаты, решать типовые задачи, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;
- формирование умений использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Блок 1 базовая часть.

Дисциплина «Математический анализ» является базовой дисциплиной математического цикла дисциплин Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ФГОС 3++) по направлению 01.03.04 «Математика» (специалитет).

Дисциплина «Математический анализ» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса «Математика» или соответствующих математических дисциплин среднего профессионального образования, использующих соответствующие математические методы.

Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются во всех без исключения математических и естественнонаучных дисциплинах, модулях и практиках.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1.	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знать: основные постановки задач с помощью методов математического анализа. Уметь: абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений. Владеть: приемами применения основных математических понятий и методов решения задач математического анализа при решении профессиональных задач.
		ОПК-	Умеет	Знать: основные методы исследования в

		1.2	использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	<p>области математического анализа</p> <p>Уметь: собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать результаты исследований в области математического анализа</p> <p>Владеть: навыками использования математических и программных методов в области математического анализа</p>
		ОПК-1.3.	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<p>Знать: основные термины и положения математического анализа, методы самоконтроля и приобретения новых навыков.</p> <p>Уметь: корректно ставить естественнонаучные задачи, производить самостоятельный выбор методов и способов решения.</p> <p>Владеть: методами математического анализа решения прикладных задач.</p>
ОПК-2	Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-2.1	Владеет навыками использования математических методов и моделей для решения исследовательских задач	<p>Знать: основные постановки задач с помощью методов математического анализа.</p> <p>Уметь: абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений.</p> <p>Владеть: приемами применения основных математических понятий и методов решения задач математического анализа при решении профессиональных задач.</p>
		ОПК-2.2	Осуществляет проверку адекватности математических моделей	<p>Знать: общие формы и закономерности математического моделирования в экономике, управлении и естествознании</p> <p>Уметь: грамотно разрабатывать математические модели в области естествознания, экономики и управления, а также реализовывать алгоритмы математических моделей на базе пакетов прикладных программ моделирования</p> <p>Владеть: навыками управления экономическими субъектами, используя математические и компьютерные методы</p>
		ОПК-2.3	Анализирует результаты и оценивает надежность и качество функционирования систем	<p>Знать: возможные связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.</p> <p>Уметь: развивать свои профессиональные компетенции, изменять вид своей профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть: навыками самостоятельной</p>

				научно-исследовательской работы, в том числе в новых разделах фундаментальных наук.
--	--	--	--	---

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 16/576.

Форма промежуточной аттестации зачет, экзамены.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		1 сем	2 сем	3 сем
Аудиторные занятия	300	136	96	68
лекции	150	68	48	34
практические	150	68	48	34
лабораторные				
курсовая работа				
Самостоятельная работа	168	80	48	40
Контроль	108	36	36	34
Промежуточная аттестация: зачет, экзамены				
Итого:	576	252	180	144

13.1 Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
		Лекции
		1 семестр
01	Введение. Элементы логики	Обозначения. Основные теоремы логики.
02	Элементы теории множеств	Обозначения. Операции над множествами.
03	Множество вещественных чисел	Множество R^1 . Свойство непрерывности вещественной прямой. Окрестность точки. Предельная точка множества, её свойство. Теорема Больцано. Мощность множества. Счётные множества, континуальные множества, их свойства. Счётность множества рациональных чисел. Континуальность

		<p>множества $[0,1]$. Ограниченность множества. Верхние и нижние границы множества. Точные верхние и нижние границы, их свойства. Теорема о существовании и единственности точных границ множества. Предельная точка множества, её свойство. Принцип Больцано.</p>
04	Отображения, функции	<p>Отображения, функции. Основные элементарные и элементарные функции. Гиперболические функции. Последовательность как частный случай функции.</p>
05	Теория пределов функций и последовательностей	<p>Предел функции. Предел функции по множеству. Односторонние пределы. Предел по Гейне. Связь между существованием предела функции и существованием предела по множествам; по Гейне, односторонних пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Теорема о представлении функции, имеющей конечный предел. Теоремы о пределах: о единственности предела; о локальной ограниченности функции, имеющей конечный предел. Свойства пределов, связанных с неравенствами, предел промежуточной функции. Предел последовательности. Арифметические свойства пределов функций и последовательностей. Ограниченность сходящейся последовательности. Подпоследовательность. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности, их свойства. Условие Коши. Критерий Коши существования предела последовательности. Предел монотонной последовательности. Условие Коши для функции. Критерий Коши существования предела функции. Пределы монотонной функции. Неопределённости при нахождении пределов функций. Первый и второй замечательные пределы. Вычисление пределов с использованием компьютерных технологий.</p>
06	Непрерывность функции	<p>Непрерывность функции в точке, на множестве, односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. Арифметические свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на</p>

		<p>отрезке: теорема Вейерштрасса. Равномерная непрерывность на множестве. Теорема Кантора. Теорема Коши о промежуточных значениях функций. Следствия. Обратные функции, их существование и непрерывность.</p> <p>Непрерывность основных элементарных функций и элементарных функций.</p> <p>Замечательные пределы. Сравнение функций.</p>
07	Производная и дифференциал	<p>Производная. Непрерывность функции, имеющей производную. Геометрический и физический смысл производной.</p> <p>Арифметические свойства производной.</p> <p>Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производные гиперболических функций. Таблица производных. Логарифмическая производная.</p> <p>Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал. Связь между существованием дифференциала и производной.</p> <p>Арифметические свойства дифференциала.</p> <p>Таблица дифференциалов. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Производные высших порядков. Производные высшего порядка от суммы и произведения двух функций.</p> <p>Дифференциалы высшего порядка сложной функции. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка. Теоремы о дифференцируемых функциях (т.т. Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталья раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора. Исследование функций с помощью производных: на монотонность, на экстремум, на выпуклость. Нахождение точек перегиба графика функции. Нахождение асимптот функции. Общая схема исследования функций. Построение эскиза графика функции.</p>
		2 семестр
08	Неопределенный интеграл	<p>Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов. Замена переменной.</p> <p>Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций: интегрирование</p>

		<p>простых дробей, метод неопределённых коэффициентов. Интегрирование иррациональных функций: подстановки Эйлера, интегрирование дифференциального бинома. Интегрирование тригонометрических функций. Неберущиеся интегралы. Вычисление интегралов с помощью компьютерных технологий.</p>
09	Определенный интеграл Римана	<p>Определение определённого интеграла. Ограниченность интегрируемой функции. Верхние и нижние суммы Дарбу, их свойства. Условия существования определённого интеграла. Класс интегрируемых функций, теорема Лебега. Свойства определённого интеграла. Определённый интеграл с переменным верхним пределом, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Приложения определённого интеграла. Мера плоских множеств. Вычисление площадей плоских фигур. Нахождение длины дуги кривой. Вычисление объёма тела вращения, площади поверхности вращения. Нахождение работы силы. Вычисление массы дуги кривой. Статические моменты. Нахождение координат центра тяжести дуги кривой. Приближенное вычисление определённого интеграла. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.</p>
10	Несобственные интегралы	<p>Несобственный интеграл от неограниченной функции. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и неабсолютная сходимость несобственных интегралов. Признаки Дирихле и Абеля. Интегралы Дирихле. Использование компьютера для вычисления несобственных интегралов.</p>
11	Функции многих переменных	<p>Пространство R^n. Метрика. Норма элемента. Эквивалентные нормы в R^n. Окрестность точки. Последовательность. Предел последовательности. Эквивалентность сходимости последовательности</p>

покоординатной сходимости. Свойства сходящихся последовательностей. Подпоследовательность. Принцип Больцано-Вейерштрасса для последовательностей в R^n . $f : R^n \rightarrow R^1$. Предел. Предел по множеству. Свойства пределов. Повторные пределы, условия их равенства. Предел по Гейне. Непрерывность $f : R^n \rightarrow R^1$. Свойства непрерывных функций. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций нескольких переменных. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса, Коши, Кантора. Дифференцируемость $f : R^n \rightarrow R^1$ (по Фреше). Производная (Фреше). Свойства дифференциалов и производных. Частные производные $f : R^n \rightarrow R^1$. Связь между дифференцируемостью функции и существованием частных производных. Вид производной и дифференциала (Фреше). Производная по направлению. Градиент, его геометрический смысл. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высшего порядка. Частные производные высшего порядка. Условия равенства смешанных производных. Формулы для вычисления дифференциалов и производных высшего порядка от сложной функции. Неинвариантность формы 2-го дифференциала. Формула Тейлора для $f : R^n \rightarrow R^1$. Экстремум функции нескольких переменных. Отображение $f : R^n \rightarrow R^m$. Предел. Непрерывность. Дифференциал и производная (Фреше). Их свойства. Их свойства. Неявные функции. Существование неявных отображений. Свойства непрерывных отображений $f : R^n \rightarrow R^m$. Свойства матриц Якоби и якобианов отображений. Отображение с не равным нулю якобианом. Принцип сохранения области. Существование обратного отображения. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

		3 семестр
12	Числовые ряды. Бесконечные произведения. Функциональные последовательности, функциональные ряды.	Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Критерий Коши. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Неабсолютно сходящиеся ряды, их свойства. Теорема Римана. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признаки Дирихле, Абеля. Умножение рядов. Связь несобственных интегралов с числовыми рядами. Бесконечные произведения, их сходимости, абсолютная сходимости. Функциональные последовательности. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость предельной функции. Функциональные ряды. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость суммы функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Нахождение радиуса сходимости степенного ряда. Дифференцируемость и интегрируемость суммы ряда. Аналитические функции. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора. Формулы Эйлера. Использование компьютера для разложения функции в ряд.
13	Ряды Фурье и преобразование Фурье	Ряды Фурье. Ряд Фурье по элементам ортонормированной системы. Неравенство Бесселя. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсеваля. Тригонометрический ряд Фурье. Стремление коэффициентов Фурье к нулю. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Поточечная сходимости ряда Фурье. Теорема Вейерштрасса. Теорема Дирихле. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье. Частные виды рядов Фурье.

		<p>Комплексная запись ряда Фурье. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье.</p>
14	<p>Интегралы, зависящие от параметра</p>	<p>Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, её признаки. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Интегралы Эйлера, их свойства. Вычисление интегралов с помощью интегралов, зависящих от параметра.</p>
15	<p>Интегрирование функции нескольких переменных. Элементы теории поля.</p>	<p>Двойной интеграл. Условия существования. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические и механические приложения двойных интегралов. Тройной интеграл. Условия существования. Свойства. Сведение к повторному интегралу. Замена переменных в тройном интеграле. Геометрические и механические приложения тройного интеграла. n-кратный интеграл. Свойства. Сведение его к повторному. Замена переменных. Несобственные кратные интегралы. Способы задания кривых на плоскости и в пространстве. Касательная и нормаль. Криволинейный интеграл 1-го рода. Связь с римановским интегралом. Свойства криволинейного интеграла 1-го рода. Приложения. Криволинейные интегралы 2-го рода. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода, с римановским интегралом. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случаи наличия особых точек. Приложения криволинейного интеграла 2-го рода. Поверхность в трёхмерном пространстве. Касательная плоскость, нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл 1-го рода. Сведение его к римановскому интегралу. Свойства и приложения поверхностного интеграла 1-го рода. Ориентация поверхности. Односторонние и двусторонние поверхности. Поверхностные интегралы 2-го рода. Связь их с римановскими</p>

		интегралами. Свойства. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Основные операции теории поля. Соленоидное поле. Потенциальное поле. Признаки полей и их физические свойства.
		Практические
		1 семестр
01	Введение. Элементы логики. Элементы теории множеств. Метод математической индукции. Модуль.	Ограниченность множества. Нахождение верхних и нижних границ множества. Нахождение супремума и инфимума множества. Доказательство утверждений, равенств, неравенств с помощью метода математической индукции. Решение неравенств, содержащих модуль.
02	Отображения, функции	Эскизное построение графиков функций. Сложение и умножение функций. Построение графиков сложных функций. Построение графиков функций в полярной системе координат.
03	Теория пределов функций и последовательностей	Вычисление пределов функций и последовательностей. Односторонние пределы. Условие Коши. Критерий Коши существования предела последовательности. Предел монотонной последовательности. Условие Коши для функции. Решение задач на использование критерия Коши. Первый и второй замечательные пределы. Вычисление пределов.
04	Непрерывность функции	Непрерывность функции в точке, на множестве, односторонняя непрерывность. Определение точек разрыва, их классификация. Замечательные пределы. Сравнение функций.
05	Производная и дифференциал	Вычисление производных. Непрерывность функции, имеющей производную. Геометрический и физический смысл производной. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производные гиперболических функций. Таблица производных. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал. Связь между

		<p>существованием дифференциала и производной. Арифметические свойства дифференциала. Таблица дифференциалов. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Производные высших порядков. Производные высшего порядка от суммы и произведения двух функций. Дифференциалы высшего порядка сложной функции. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора. Исследование функций с помощью производных: на монотонность, на экстремум, на выпуклость. Нахождение точек перегиба графика функции. Нахождение асимптот функции. Общая схема исследования функций. Построение эскиза графика функции.</p>
		2 семестр
06	Неопределенный интеграл	<p>Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов. Замена переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций: интегрирование простых дробей, метод неопределённых коэффициентов. Интегрирование иррациональных функций: подстановки Эйлера, интегрирование дифференциального бинома. Интегрирование тригонометрических функций. Неберущиеся интегралы. Вычисление интегралов.</p>
07	Определенный интеграл Римана	<p>Определение определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Приложения определённого интеграла. Вычисление площадей плоских фигур. Нахождение длины дуги кривой. Вычисление объёма тела вращения, площади поверхности вращения. Нахождение работы силы. Вычисление массы дуги кривой. Статические моменты. Нахождение координат центра тяжести дуги кривой. Приближенное вычисление определённого интеграла. Формулы</p>

		прямоугольников, трапеций, Симпсона.
08	Несобственные интегралы	Несобственный интеграл от неограниченной функции. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку. Вычисление несобственных интегралов.
09	Функции многих переменных	Окрестность точки. Последовательность. Предел последовательности. Вычисление. Предел. Предел по множеству. Свойства пределов. Повторные пределы, условия их равенства. Предел по Гейне. Непрерывность элементарных функций нескольких переменных. Равномерная непрерывность. Вид производной и дифференциала (Фреше). Производная по направлению. Градиент, его геометрический смысл. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высшего порядка. Частные производные высшего порядка. Условия равенства смешанных производных. Вычисление дифференциалов и производных высшего порядка от сложной функции. Формула Тейлора для $f : R^n \rightarrow R^1$. Экстремум функции нескольких переменных. Отображение $f : R^n \rightarrow R^m$. Предел. Непрерывность. Дифференциал и производная (Фреше). Их свойства. Их свойства. Неявные функции.
		3 семестр
10	Числовые ряды. Функциональные последовательности, функциональные ряды.	Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Неабсолютно сходящиеся ряды, их свойства. Признаки Дирихле, Абеля. Умножение рядов. Связь несобственных интегралов с числовыми рядами. Исследование числовых рядов на сходимость. Бесконечные произведения, их сходимость, абсолютная сходимость. Функциональные последовательности. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость предельной функции.

		<p>Функциональные ряды. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость суммы функционального ряда. Исследование функциональных рядов на сходимость. Степенные ряды. Теорема Абеля. Нахождение радиуса сходимости степенного ряда. Дифференцируемость и интегрируемость суммы ряда. Аналитические функции. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.</p>
11	Ряды Фурье и преобразование Фурье	<p>Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье. Частные виды рядов Фурье. Фурье. Преобразование Фурье.</p>
12	Интегралы, зависящие от параметра	<p>Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, её признаки. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Интегралы Эйлера, их свойства. Вычисление интегралов с помощью интегралов, зависящих от параметра.</p>
13	Интегрирование функции нескольких переменных.	<p>Двойной интеграл. Условия существования. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические и механические приложения двойных интегралов. Тройной интеграл. Условия существования. Свойства. Сведение к повторному интегралу. Замена переменных в тройном интеграле. Геометрические и механические приложения тройного интеграла. n-кратный интеграл. Свойства. Сведение его к повторному. Замена переменных. Несобственные кратные интегралы. Способы задания кривых на плоскости и в пространстве. Касательная и нормаль. Криволинейный интеграл 1-го рода. Связь с римановским интегралом. Свойства криволинейного интеграла 1-го рода. Приложения. Криволинейные интегралы.. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования.. Приложения криволинейного интеграла 2-го</p>

		рода. Поверхность в трёхмерном пространстве. Касательная плоскость, нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл 1-го рода. Сведение его к римановскому интегралу. Свойства и приложения поверхностного интеграла 1-го рода. Ориентация поверхности. Односторонние и двухсторонние поверхности. Поверхностные интегралы 2-го рода. Связь их с римановскими интегралами. Свойства. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.
--	--	---

13.2 Темы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Самостоятельная работа	Контроль	Всего
01	Введение. Элементы логики	2	2	2	1	7
02	Элементы теории множеств	2	2	4	1	9
03	Множества вещественных чисел	2	2	4	2	10
04	Отображения, функции	6	6	6	4	22
05	Теория пределов функций и последовательностей	16	16	10	12	54
06	Непрерывность функции	8	8	12	8	36
07	Производная и дифференциал	14	14	14	8	50
08	Неопределенный интеграл	16	16	14	10	56
09	Определенный интеграл Римана	10	10	14	8	42
10	Несобственные интегралы	10	10	12	10	42
11	Функции многих переменных	14	14	18	10	56
12	Ряды. Бесконечные произведения. Функциональные последовательности, функциональные ряды.	14	14	18	10	56
13	Ряды Фурье и преобразование Фурье	10	10	12	8	40

14	Интегралы, зависящие от параметра	8	8	12	6	34
15	Интегрирование функции нескольких переменных. Элементы теории поля.	18	18	16	10	62
Итого		150	150	168	108	576

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Математический анализ» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. Разобрать решенные на предыдущем лабораторном занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать их на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

При подготовке к контрольной работе просмотреть решение всех примеров по теме контрольной работы. Повторить весь необходимый теоретический материал: определения, свойства, условия.

Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке, или в электронной базе.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2015. — 444 с. — Режим доступа:

	https://e.lanbook.com/book/71994 .
2	Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 624 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/92629 .
3	Будаев, В. Д. Математический анализ : : учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон ; В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон .— Москва : Лань, 2012 .— 544 с. : ил. ; 22 см. — Допущено Учебно-методическим объединением по направлениям педагогического образованию Министерства образования и науки РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 050200 — «Физико-математическое образование». — <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=3173 >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Кудрявцев Л.Д. Математический анализ / Л.Д. Кудрявцев. – М. : «Высшая школа», 1973. – Т. 1. – 614 с.
5	Кудрявцев Л.Д. Математический анализ / Л.Д. Кудрявцев. – М. : «Высшая школа», 1973. – Т. 2. – 470 с.
6	Ильин В.А. Математический анализ / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Б.И.Сендов. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – Часть 1. – 616 с.
7	Ильин В.А. Математический анализ / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Б.И.Сендов. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – Часть 2. – 357 с.
8	Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Наука, 1970. – Т.1. – 603 с.
9	Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Наука, 1970. – Т.2. – 807 с.
10	Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Физматлит, 1970. – Т.3. – 656 с.
11	Никольский С.М. Курс математического анализа /С.М.Никольский. – М.: Наука,1990. – Т.1. – 528 с.
12	Никольский С.М. Курс математического анализа /С.М.Никольский. – М.: Наука,1990. – Т.2. – 543 с.
13	Шилов Г.К. Математический анализ (функции одного переменного) /Г.К.Шилов. – М.:Наука,1969. - 528 с.
14	Соболев В.И. Краткий курс математического анализа / В.И. Соболев, В.В.Покорный, В.И.Аносов. – Воронеж: Изд-во ВГУ,1984. – Часть 1. – 392 с.
15	Соболев В.И. Краткий курс математического анализа / В.И. Соболев, В.В.Покорный, В.И.Аносов. – Воронеж: Изд-во ВГУ,1984. – Часть 2. – 346 с.
16	Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу / Кудрявцев

	Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. – М.: Физматлит, 2003. – Т.2. – 504с.
--	---

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/ п	Источник
17	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (http // www.lib.vsu.ru/)
18	Google, Yandex, Rambler

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Математический анализ-1. Метод математической индукции. Точные границы числовых множеств: учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. С.П.Зубова, О.К. Плетнева, Е.В. Раецкая – Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2007. – 18 с.
2	Математический анализ-2. Построение графиков функций: учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. С.П.Зубова, О.К. Плетнева, Е.В. Раецкая – Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2009. – 26 с.
3	Пределы функций, последовательностей: пособие для студ. по спец. «Математика»010101/ Воронеж. гос. ун-т; сост. С.П.Зубова. – Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2003. – 15 с.
4	Приложения кратных интегралов: учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. С.П.Зубова. – Воронеж: ЛОП ВГУ, 2006. – 23 с.
5	Нахождение пределов функций: учебно-методическое пособие / Воронеж. гос. ун-т; сост. С.П.Зубова. – Воронеж: ЛОП ВГУ, 2006. – 23 с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3460>).

Перечень программного обеспечения:

Microsoft Windows 7 Enterprise, Microsoft Windows Server 2008, Microsoft Visual Studio, Microsoft SQL Server Express, Microsoft Visual C++, Microsoft Web Deploy, MySQL Connector Net, DrWeb, Symantec Desktop Email Encryption Powered Technology 10.4, Lazarus, Java 8, NetBeans IDE, VMware Player, Python 2/3, LibreOffice 5 (Writer (текстовый процессор), Calc

(электронные таблицы), Impress (презентации), Draw (векторная графика), Base (база данных), Math (редактор формул), Gimp, MiKTeX, TeXstudio, Denwer, 1С: Предприятие 8 (учебная версия), Maxima, Total Commander, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox, BarsicLaz

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Для самостоятельной работы используются классы с компьютерной техникой, оснащенные необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть, читальные залы библиотеки.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

19. Фонд оценочных средств

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения(показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1	Знать: основные постановки задач с помощью методов математического анализа.	1-15	КИМ (контрольные работы) КИМ (зачет) КИМ (экзамены)
	Уметь: абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений.	1-15	КИМ (контрольные работы) КИМ (зачет) КИМ (экзамены)

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения(показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
	Владеть: приемами применения основных математических понятий и методов решения задач математического анализа при решении профессиональных задач.	1-15	КИМ (контрольные работы) КИМ (зачет) КИМ (экзамены)
ОПК-2	Знать: основные термины и положения математического анализа, методы самоконтроля и приобретения новых навыков.	1-15	КИМ (контрольные работы) КИМ (зачет) КИМ (экзамены)
	Уметь: корректно ставить естественнонаучные задачи, производить самостоятельный выбор методов и способов решения.	1-15	КИМ (контрольные работы) КИМ (зачет) КИМ (экзамены)
	Владеть: методами математического анализа решения прикладных задач.	1-15	КИМ (контрольные работы) КИМ (зачет) КИМ (экзамены)
Промежуточные аттестации		Комплекты	КИМ (зачет), КИМ (экзамен)

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание основных положений теории управления, основные постановки задач для уравнений, описывающих управляемые объекты, общие формы и закономерности процессов, изучаемых в теории управления;

- 2) умение применять методы теории управления, корректно поставить задачу для управления моделируемым объектом, применять общие формы и закономерности теории управления к исследованию поставленных задач;
- 3) владение навыками исследования задач для систем управления, методами моделирования различных процессов, подлежащих управлению.

Для оценивания результатов обучения на зачете используются оценки «зачтено», «не зачтено». Оценка «зачтено» может быть выставлена обучающемуся, получившему за контрольные работы положительные оценки и активно работающему в течение семестра на практических занятиях.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Прочное усвоение предусмотренного программой материала; правильные аргументированные ответы на все вопросы с приведением примеров. Обучающийся владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов. Обязательным условием выставленной оценки является правильное решение предложенных примеров. Дополнительным условием получения оценки «отлично» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.	Повышенный уровень	«Отлично»
Ответ на контрольно-измерительный материал не	Базовый уровень	«Хорошо»

<p>соответствует одному (двум) из перечисленных показателей. Но испытуемый способен решать достаточно сложные задачи математического анализа.</p>		
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует двум (трем) из перечисленных показателей. Испытуемый дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Дополнительным условием получения оценки «удовлетворительно» могут стать успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.</p>	<p>Пороговый уровень</p>	<p>«Удовлетворительно»</p>
<p>Студент не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.</p>	<p>Недостаточный уровень</p>	<p>«Неудовлетворительно»</p>
<p>«Зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил</p>	<p>Достаточный уровень</p>	<p>Зачтено</p>

<p>практическое задание. Обязательным условием выставленной оценки является правильное решение предложенных примеров (60%) Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.</p>		
<p>«Не зачтено» Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.</p>	<p>Недостаточный уровень</p>	<p>Не зачтено</p>

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к экзаменам

1 семестр

Перечень вопросов к экзамену 1

1. Множество R . Аксиомы Архимеда, Кантора. Теорема о вложенных отрезках.
2. Окрестность точки, предельная точка множества, её свойство. Теорема Больцано.
3. Ограниченность множества в R . Верхние и нижние границы множества, их свойства. Теорема о существовании точных границ множества.
4. Мощность множества. Счетные множества, континуальные множества . их свойства.

04. Отображения. Функции.

1. Классификация функций. Последовательность.

05. Теория пределов функций и последовательностей

1. Предел функции. Предел последовательности.

2. Предел функции по множеству. Односторонние пределы. Предел по Гейне.

3. Связь между существованием предела функции и существованием предела по множествам, по Гейне, односторонних пределов.

4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.

5. Теорема о представлении функции, имеющей конечный предел.

6. Теоремы о пределах: о единственности предела; о пределе постоянной; о переходе к пределу в равенствах; о локальной ограниченности функции, имеющей конечный предел и ограниченности сходящейся

последовательности; о свойствах пределов, связанных с неравенствами; об арифметических свойствах пределов; о пределе промежуточной функции.

7. Подпоследовательность, частичный предел, верхний и нижний пределы последовательности. Принцип Больцано - Вейерштрасса.

8. Условия Коши для функции, для последовательности. Критерии Коши существования предела функции, предела последовательности.

9. О пределах монотонных функций, монотонных последовательностей.

10. Первый замечательный предел.

11. Второй замечательный предел.

06. Непрерывность функции

1. Непрерывность функции в точке, на множестве, односторонняя непрерывность.

2. Точки разрыва, их классификация.

3. Арифметические свойства непрерывных функций.

4. Непрерывность сложной функции.

5. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.

6. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теорема Вейерштрасса, теорема Коши о промежуточных значениях, теорема Кантора).

7. Обратные функции, их существование и непрерывность.

8. Непрерывность основных элементарных функций и элементарных функций.

9. Замечательные пределы.

10. Сравнение функций.

07. Производная и дифференциал

1. Производная функции.

2. Непрерывность функции, имеющей производную.

3. Геометрический и физический смысл производной.

4. Арифметические свойства производной.

5. Производная обратной функции. Производная сложной функции.

Производные гиперболических функций. Таблица производных.

6. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически.

7. Дифференциал. Связь между существованием дифференциала и производной.

8. Арифметические свойства дифференциала.

9. Таблица дифференциалов.
10. Геометрический смысл дифференциала.
11. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала.
12. Производные высших порядков. Производные высшего порядка от суммы и произведения двух функций.
13. Дифференциалы высшего порядка. Дифференциалы высшего порядка от сложной функции. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.
14. Теоремы о дифференцируемых функциях (т. Ферма, Роля, Лагранжа, Коши).
15. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
16. Формула Тейлора.
17. Исследование функции с помощью производных: на монотонность; на экстремум; на выпуклость. Нахождение точек перегиба графика функции.
18. Нахождение асимптот функции.
19. Общая схема исследования функции и построение эскиза графика функции.

2 семестр

Перечень вопросов к экзамену 2

08. Неопределённый интеграл

1. Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла.
2. Таблица интегралов.
3. Замена переменной.
4. Интегрирование по частям.
5. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простых дробей. Метод неопределённых коэффициентов. Метод Остроградского.
6. Интегрирование иррациональных функций

$$\int R \left[x, \left(\frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{m_1}{n_1}}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{m_k}{n_k}} \right] dx$$

$$\int R \left[x, \sqrt{ax^2 + bx + c} \right] dx,$$

подстановки Эйлера;

интегрирование дифференциального бинома;

7. Интегрирование тригонометрических функций:

$$\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx;$$

$$\int \sin ax \cdot \cos bxdx \quad \text{и др. ;}$$

$$\int R(\sin^2 x, \cos^2 x) dx.$$

$$\int R(\sin x, \cos x) dx.$$

8. Неберущиеся интегралы.

09. Определённый интеграл

1. Определение. Примеры вычисления.

2. Ограниченность интегрируемой функции.

3. Верхние и нижние суммы Дарбу. Их свойства.

4. Условия существования определенного интеграла.

5. Класс интегрируемых функций.

6. Свойства определенного интеграла.

7. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Его свойства.

8. Формула Ньютона-Лейбница.

9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Приложения определенного интеграла.

10. Мера плоских множеств. Свойства меры.

11. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах.

12. Длина дуги. Нахождение длины дуги в декартовых, полярных координатах, в случае параметрического задания кривой.

13. Объем тела вращения.

14. Площадь поверхности вращения.

15. Работа силы.

16. Вычисление массы дуги кривой.

17. Статические моменты.

18. Нахождение координат центра тяжести дуги кривой.

Приближенное вычисление определенного интеграла.

19. Формула прямоугольников.

20. Формула трапеций.

21. Формула Симпсона.

10. Несобственные интегралы

1. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку.

2. Несобственные интегралы от неограниченной функции

3. Признаки сходимости несобственных интегралов.

4. Абсолютная и неабсолютная сходимость несобственных интегралов.

5. Интегралы Дирихле.

11. Функции многих переменных

1. Пространство R^n . Метрика. Норма. Окрестность.

2. Последовательность. Предел последовательности. Эквивалентность сходимости последовательности и покоординатной сходимости. Свойства сходящихся последовательностей. Принцип Больцано- Вейерштрасса.

3. $f : R^n \rightarrow R^1$. Предел $f : R^n \rightarrow R^1$. Предел по множеству. Свойства пределов. Предел суперпозиции функций. Повторные пределы, условия их равенства. Предел по Гейне.

4. Непрерывность $f: R^n \rightarrow R^1$. Свойства непрерывных функций. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций нескольких переменных. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса, Коши, Кантора.
5. Дифференцируемость функции (по Фреше). Производная (Фреше). Свойства дифференциалов и производных.
6. Частные производные функции нескольких переменных. Связь между дифференцируемостью функции нескольких переменных и существованием частных производных. Вид производной и дифференциала Фреше.
8. Дифференциал Гато, производная Гато. Связь между дифференцируемостью по Фреше и дифференцируемостью по Гато.
9. Дифференциал (Фреше) сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
10. Дифференциалы (Фреше) высшего порядка. Частные производные высшего порядка. Условия равенства смешанных производных. Формулы для вычисления дифференциалов и производных высшего порядка от сложных функций. Неинвариантность формы второго дифференциала.
11. Формула Тейлора для $f: R^n \rightarrow R^1$.
12. Экстремум функции нескольких переменных.
13. Теоремы о существовании неявных отображений $f: R^1 \rightarrow R^1, f: R^n \rightarrow R^1, f: R^n \rightarrow R^n$.
14. Предел $f: R^n \rightarrow R^n$. Непрерывность. Равномерная непрерывность.
15. Свойства непрерывных отображений. Теоремы Вейерштрасса, Кантора.
16. Дифференцируемость по Фреше.
17. Частные производные. Связь между существованием производной Фреше и частных производных.
18. Свойства матриц Якоби и якобианов отображений. Отображение с не равным нулю якобианом. Принцип сохранения области.
19. Условный экстремум.

3 семестр

Перечень вопросов к экзамену 3:

12. Числовые ряды

1. Определения. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Критерий Коши.
2. Признаки сходимости знакоположительных рядов (признак сравнения 1, признак сравнения 2, Даламбера, Коши, интегральный). Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница.
4. Абсолютно и не абсолютно сходящиеся ряды. Свойства не абсолютно сходящихся рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
5. Признаки Дирихле, Абеля.
6. Ряды Дирихле.

12. Бесконечные произведения

1. Необходимый признак сходимости. Связь с рядами. Абсолютная сходимость.

12. Функциональные последовательности

1. Определения. Сходимость поточечная. Сходимость равномерная. Признаки равномерной сходимости.

2. Непрерывность предельной функции. Интегрируемость и дифференцируемость предельной функции.

12. Функциональные ряды

1. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости.

2. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость суммы функционального ряда.

3. Теорема Абеля для степенных рядов. Нахождение радиуса сходимости степенного ряда.

4. Дифференцируемость и интегрируемость суммы степенного ряда.

5. Аналитические функции.

6. Разложение функций в ряд Тейлора.

7. Формулы Эйлера.

13. Ряды Фурье и преобразование Фурье

1. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье по элементам ортонормированной системы.

2. Неравенство Бесселя. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсеваля.

3. Тригонометрический ряд Фурье. Стремление коэффициентов Фурье к нулю.

4. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Поточечная сходимость рядов Фурье.

5. Теорема Стоуна-Вейерштрасса.

6. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье.

7. Теорема Дирихле.

8. Частные виды рядов Фурье.

9. Комплексная запись ряда Фурье.

10. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.

14. Интегралы, зависящие от параметра

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.

2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, её признаки.

3. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра.

4. Интегралы Эйлера, их свойства.

5. Вычисление интегралов с помощью интегралов, зависящих от параметра.

15. Интегрирование функций нескольких переменных

1. Двойной интеграл. Определение.

2. Условия существования. Свойства.

3. Сведение двойного интеграла к повторному.

4. Замена переменных в двойном интеграле.

5. Приложения геометрические и механические.
 6. Тройной интеграл. Определение.
 7. Условия существования тройного интеграла. Свойства.
 8. Сведение тройного интеграла к повторному.
 9. Замена переменных в тройном интеграле.
 10. Приложения тройного интеграла.
 11. n -кратный интеграл. Определение. Свойства. Сведение к повторному. Замена переменных.
 12. Несобственный интеграл по неограниченной области.
 13. Несобственный интеграл от неограниченной функции.
 14. Криволинейный интеграл 1 рода. Определение. Связь с римановским интегралом. Свойства. Приложения.
 15. Криволинейный интеграл 11 рода. Определения. Связь с римановским интегралом. Связь с криволинейным интегралом 1 рода. Свойства.
 16. Формула Грина.
 17. Условия независимости криволинейного интеграла 11 рода от пути интегрирования.
 18. Случаи наличия особых точек.
 19. Нахождение площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла 11 рода.
 20. Геометрический смысл знака якобиана преобразования.
 21. Элементы теории поверхностей
 22. Поверхностный интеграл 1 рода. Определение. Связь с двойным интегралом. Свойства. Приложения.
 23. Поверхностные интегралы 11 рода. Определения. Связь с двойными интегралами. Связь с поверхностными интегралами 1 рода. Свойства.
 24. Формула Остроградского- Гаусса.
 25. Формула Стокса.
- 15. Векторное поле.**
1. Поток векторного поля через поверхность.
 2. Циркуляция векторного поля вдоль контура.
 3. Формулы Остроградского- Гаусса и Стокса в векторной форме.
 4. Потенциальное поле.
 5. Соленоидальное поле.

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

КИМ (контрольные работы)

1 семестр

Контрольная работа 1.1

Вариант 1.

1. Сформулировать и изобразить: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{\cos x}{x}} = ?$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\sin x} = ?$$

4. Найти производную третьего порядка функции $y = x^2 e^{3x}$.

Вариант 2.

1. Сформулировать и изобразить: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$.

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2} = ?$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg} x} = ?$$

4. Найти три члена разложения функции $y = \sqrt{x}$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x = 2$.

2 семестр

Контрольная работа 2.1

Вариант 1.

1. Исследовать на экстремум функцию $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$.

$$2. \int x^3 (1 - 5x^2)^{10} dx = ?$$

$$3. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx = ?$$

Вариант 2.

1. Исследовать на экстремум функцию $f(x) = 2x^3 + x^2 + 6$.

$$2. \int \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} dx = ?$$

$$3. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$$

Контрольная работа 2.2

Вариант 1.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:

$$y = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{и} \quad y = \frac{x^2}{2}.$$

2. Дать определение интеграла $\int_{-\infty}^{10} \frac{\ln|x|dx}{x-1}$.

3. Найти частные производные функции $f(x, y) = \sin \frac{x}{y}$. Вычислить их значение в точке $(0; 1)$.

4. Исследовать функцию $f = x^2 - 2xy + 4y^2 + 6z^2 + 6yz - 6z$ на экстремум.

Вариант 2.

1. Найти длину дуги параболы $y = 2x^2$ от её вершины до точки $(1, 2)$.

2. При каких p сходится интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^p}$?

3. Найти частные производные функции $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 3y}$. Вычислить их значение в точке $(1; 2)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $f = xy^2$ при $x + y^2 = 1$.

3 семестр

Контрольная работа 3.1

Вариант 1.

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2n}$.

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n \cdot (n+1)} \cdot (x-1)^n$.

3. Разложить в ряд Фурье с периодом 2π , заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$, функцию $f(x) = 3x - 1$.

Вариант 2.

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$.
2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n (x-1)^n}$.
3. Разложить периодическую функцию $y = \text{sign}\left(\cos \frac{x}{2}\right)$ в ряд Фурье.

Контрольная работа 3.2

Вариант 1.

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2Rz, \quad x^2 + y^2 = z^2.$$

2. l — периметр четырёхугольника ABCD,

$$A(1,0), B(3,0), D(1,-1), C(4,-3), \quad \int_l xy ds = ?$$

3. Найти площадь части поверхности $z^2 = x^2 + y^2$, вырезанной цилиндром

$$z^2 = 2y.$$

Вариант 2.

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + z^2 = 1, \quad x=1, \quad x=-1, \quad y=1, \quad y=-1.$$

2. $l: x^2 + y^2 = x + y; \quad \int_l x^2 dx - y^2 dy = ?$

3. Вычислить $\iint_S (x+y)z dx dy$ по нижней стороне поверхности

$$S: \quad z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

Контрольная работа 3.3

Вариант 1.

1. Вычислить $\operatorname{div} \overline{\operatorname{rot} \bar{F}}$, где $\bar{F} = (x, y, z)$.

2. Найти циркуляцию поля $\bar{F} = (-y, x, 2)$

вдоль линии $x^2 + y^2 = 1, z = 0$.

3. Найти работу поля $\bar{F} = \left(\frac{2}{(y+z)}, -\frac{x}{(y+z)}, -\frac{x}{(y+z)}\right)$

вдоль дуги MN : M(1,1,3), N(2,4,5).

Вариант 2

1. Найти поток поля $\bar{F} = (x, y, z)$

через поверхность $x^2 + y^2 = R^2, 0 \leq z \leq H$.

2. Найти циркуляцию поля

$\bar{F} = (x, y, z)$

вдоль линии $x^2 + y^2 + z = 1, x^2 + y^2 = 1$.

3. Найти работу поля $\bar{F} = \left(\frac{1}{(x+z)}, -\frac{y}{(x+z)}, -\frac{2y}{(x+z)}\right)$

вдоль дуги AB : A(0,1,3), B(2,4,0).

1 семестр

Комплект КИМ (зачет)

Контрольно-измерительный материал № 1

Задание 1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{2n^3}{n^3 - 2}, \quad a = 2.$$

Задание 2. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$$

Задание 3. Найти точки разрыва функции $y = \frac{x^4 - 1}{1 - \sqrt{x}}$ и определить их род.

Задание 4. Найти производную функции $y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$.

Контрольно-измерительный материал № 2

Задание 1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{3n^4}{n^4 - 2}, \quad a = 3.$$

Задание 2. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+n)^6 - (1+n)^6}{(3-n)^3 - (3-n)^3}.$$

Задание 3. Найти точки разрыва функции $y = e^{-\frac{1}{x}}$ и определить их род.

Задание 4. Найти производную функции $y = \frac{1}{4} \ln \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

Образцы КИМ-ов к экзаменам

1 семестр

КИМ (экзамен)

Контрольно-измерительный материал № 1

Теория:

1. Доказать свойство предельной точки множества.
2. Доказать теорему Вейерштрасса.
3. Нахождение точек перегиба графика функции.

Практика:

1. Найти \sup , \inf , $\overline{\lim}$, $\underline{\lim}$ последовательности

$$a_n = \frac{n^2}{1+n^2} \cos \frac{2n\pi}{3}.$$

2. Сформулировать и изобразить

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty.$$

3. Вычислить: $\int (1+x)e^{-x} dx$.

Контрольно-измерительный материал № 2

Теория:

1. Вывести первый замечательный предел.
2. Доказать теорему Коши о промежуточных значениях функции.
3. Геометрический смысл дифференциала.

Практика:

1. $f(x)$ - разрывная функция. $f^2(x)$ - разрывная функция?
2. $d(\sin x)^x = ?$

3. Вычислить: $\int \frac{2 - \ln x}{x} dx$.

Контрольно-измерительный материал № 3

Теория:

1. Доказать теорему о пределах монотонной последовательности.
2. Вывести третий замечательный предел.
3. Исследование функции на экстремум по второй производной.

Практика:

1. Неограниченная в любой окрестности т. x_0 функция является ли бесконечно большой?
2. $(1+x)^n = 1+nx + o(x)$ при $x \rightarrow 0$?
3. Вычислить: $\int \frac{x+2}{x^2-1} dx$.

Контрольно-измерительный материал № 4

Теория:

1. Доказать свойства пределов, связанные знаком неравенства.
2. Вывести пятый замечательный предел.
3. Остаточные члены формулы Тейлора.

Практика:

1. Сформулировать и изобразить:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$$

2. $f(x)$ - непрерывная функция. $|f(x)|$ - непрерывная функция ?

3. Вычислить: $\int \frac{x}{\sqrt{2+x}} dx$.

2 семестр

КИМ (экзамен)

Контрольно-измерительный материал № 1

Теория:

1. Вычисление площади плоской фигуры, заданной в полярных координатах.
2. Принцип Больцано – Вейерштрасса для последовательностей в R^n .
3. Теорема Дирихле о сходимости ряда Фурье.

Практика:

1. Найти площадь фигуры, ограниченной осью ординат и линиями $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \frac{2}{3} \cos x$.
2. Дать определение интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x-1}$.
3. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \cos(x-1)$.
4. Разложить в ряд Фурье функцию $y = |x|$ на отрезке $[-\pi, \pi]$.

Контрольно-измерительный материал № 2

Теория:

1. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом.
2. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов.

3. Предел $f: R^n \rightarrow R^1$. Предел по множеству, по направлению.
Примеры.

Практика:

1. Найти длину дуги параболы $y = 2x^2$ от её вершины до точки (1,2).

2. Является ли функция $F(x) = \int_{-x}^x \frac{e^t dt}{t}$ дифференцируемой при

$x > 0$?

3. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \sin(x+1)$.

4. Разложить в ряд Фурье функцию $y = \text{sign } x$ на отрезке $[-\pi, \pi]$.

Контрольно-измерительный материал № 3

Теория:

1. Формула для вычисления производной (по Фреше) $f: R^n \rightarrow R^1$.

2. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда.

3. Разложение функций e^x и $\cos x$ в степенной ряд.

Практика:

1. $\frac{d}{dt} \int_t^{t+1} \frac{\sin x dx}{x} = ?$ ($x > 1$).

2. При каких a сходится интеграл $\int_0^2 \frac{dx}{(2-x)^a}$?

3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right).$$

4. Разложить в ряд Фурье функцию $y = \text{sign}(x^3)$ на отрезке $[-\pi, \pi]$.

Контрольно-измерительный материал № 4

Теория:

1. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
2. Вычисление массы дуги кривой.
3. Формула Тейлора для $f : R^n \rightarrow R^1$.

Практика:

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:

$$y = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{и} \quad y = \frac{x^2}{2}.$$

2. Дать определение интеграла $\int_{-\infty}^{10} \frac{\ln|x|dx}{x-1}$.

3. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = e^{2x}$.

4. Разложить в ряд Фурье функцию $y = \text{sign}(x^5)$ на отрезке $[-\pi, \pi]$.

3 семестр

КИМ (экзамен)

Контрольно-измерительный материал № 1

Теория:

1. Дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.
2. Сведение двойного интеграла к повторному.
3. Циркуляция векторного поля вдоль замкнутого контура.

Практика:

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$y = 0, \quad z = 0, \quad 3x + y = 6, \quad 3x + 2y = 12, \quad x + y + z = 6.$$

- 2.

$$\iiint_V x dv = ? \quad V\text{- тело, ограниченное поверхностями}$$

$$z = 0, y = 1, y = 2x, y = 6x, z = x^2 + y^2.$$

3. Найти поток поля $\vec{F} = (x, y, z)$

через поверхность $x^2 + y^2 = R^2, 0 \leq z \leq H.$

Контрольно-измерительный материал № 2

Теория:

1. Непрерывность собственного интеграла, зависящего от параметра.
2. Определение тройного интеграла.
3. Соленоидальное поле.

Практика:

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, z = 0, x + z = 6.$$

2. $\iiint_V y dv = ?$ V - тело, ограниченное поверхностями

$$2z = x^2, z = 0, y = 0, y = 6x, 3x + 2y = 12.$$

3. Доказать:

$$\operatorname{div}(f \cdot \vec{a}) = \overline{(\operatorname{grad} f, \vec{a})} + f \cdot \operatorname{div} \vec{a},$$

где $f = f(x, y, z), \vec{a} = (a_x, a_y, a_z).$

Контрольно-измерительный материал № 3

Теория:

1. Равномерная сходимость несобственного интеграла, зависящего от параметра.

2. Определение двойного интеграла.
3. Потенциальное поле.

Практика:

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$z = x^2 + y^2, \quad x + y = 1, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

2. $\iiint_V (x + y) dV = ?$ V - тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 = 4z, \quad x^2 + y^2 = 2x, \quad z = 0.$$

3. Доказать:

$$\overline{\operatorname{rot}}(\bar{r}, f) = f \cdot \overline{\operatorname{rot}} \bar{r} + [\overline{\operatorname{grad}} f \times \bar{r}],$$

где $f = f(x, y, z)$, $\bar{r} = (r_x, r_y, r_z)$.

Контрольно-измерительный материал № 4

Теория:

1. Признаки равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.
2. Замена переменных в двойном интеграле.
3. Вихрь поля.

Практика:

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$z = x^2 + y^2, \quad z = 0, \quad y = 1, \quad y = 2x, \quad y = 6 - x.$$

2. $\iiint_V z dV = ?$ V - тело, ограниченное поверхностями

$$z = x^2 + y^2, \quad z = 0, \quad y = 1, \quad y = 2x, \quad y = 6 - x.$$

3. Найти циркуляцию поля $\bar{F} = (-y, x, 0)$

вдоль линии $(x - 2)^2 + y^2 = 2$.

19.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме устного опроса, выполнения практико-ориентированных заданий. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и/или навыков решения задач математического анализа.

При оценивании используются количественные и качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.